24. Линейные разностные уравнения

Пусть заданы числа и . Уравнение при и называется линейным однородным разностным уравнением -ого порядка. Пусть числа заданы, тогда уравнение определяет линейную рекуррентную последовательность -ого порядка: начиная с , каждый элемент этой последовательности определяется через предшествующих. Уравнение второго порядка при , задает последовательность чисел Фибоначчи .

Более сложный тип – уравнения вида , где – некоторые функции от номера , называются линейно неоднородными разностными уравнениями с переменными коэффициентами.

Решить разностное уравнение, т.е. найти выражение для  в виде явной функции от номера  и «начальных данных» . Будем говорить об общем решении, если  считаются произвольными. Рассмотрим идею решения только для линейных однородных уравнений 2-ого порядка с постоянными коэффициентами.

Для уравнения сделаем формальную замену , , , получив алгебраическое уравнение – так называемое характеристическое уравнение: . Анализируем корни с помощью дискриминанта :

Решение отыскивается в виде: , где

Решение отыскивается в виде: , где

Решение отыскивается в виде: , где

Далее необходимо найти неопределенные коэффициенты и , они ищутся из «начальных условий»: формулы остаются справедливыми при и . Таким образом, мы получаем следующую систему (для случая 1)

После нахождения и нам известна выражение в виде функции для нахождения от номера .